平均待ち時間が計算できる交通計算法

株式会社　エレベータ研究所

1．はじめに

従来の交通計算のモデルは、出発階（1階）で定員の80％が乗車し、出発階を除く N 階床のサービス階で乗客を降車させながら反転階まで上昇運転し、反転階から出発階に直行して戻るという一周運転モデルを用いて平均一周時間を計算し、平均運転間隔と5分間輸送能力を求めていました。これに対して、平常時・混雑時・昼食時ピークなどの２方向交通の場合も含めて平均待ち時間を計算できるようにするために、交通計算法を次のように拡張しました。

（1）乗客は一定人数到着ではなく、ポワソン到着するものとした。
（2）乗客は出発階以外からも乗車するものとした。
（3）乗客数と平均一周時間の間に成り立つ連立方程式を数値計算で解くことにより平均一周時間を求めるものとした。

2．従来の交通計算法

（1）予想停止数

乗客数をp（＝定員の80％）とします。
各乗客の全てのサービス階での降車確率は等しく$\frac{1}{N}$であり、降車しない確率は

$1-\frac{1}{N}=\dfrac{N-1}{N}$です。

従って、着目している階で誰も降車しない確率は、$\left(\dfrac{N-1}{N}\right)^p$であり、

着目している階で停止する確率＝乗客の誰かが降車する確率は、$1-\left(\dfrac{N-1}{N}\right)^p$となります。

従って予想停止数＝停止回数の期待値は、$N\left\{1-\left(\dfrac{N-1}{N}\right)^p\right\}$となります。

３．途中階で乗車がある場合への拡張

（１）予想停止数

基準階（１階）を除くサービス階床数をNとし、乗客の出発階を縦軸に乗客の行き先階を横軸にとると、乗客の出発階と行き先階の組み合わせは図１の乗降階モデルの升目の１つになります。
図１で濃い黄色は up の乗客に対応し、薄い黄色は dn の乗客に対応します。方向の同じ乗客だけが乗り合いしますが、乗客数がr人の時、着目する乗客が基準階以外の i 階で乗降する確率を考える。乗客の乗降階の組み合わせの数は、N（N—１）／２ですが、i 階で乗降する組み合わせの数は黄緑色で示したN—１個になります。従って、一般階でも乗車する場合に基準階以外の任意の i 階で着目する乗客が乗降する確率は、

（N—１）／N（N—１）／２＝２／Nとなります。

一方、基準階のみで乗車する場合に着目する乗客が i 階で降車する確率は１／Nとなります（薄い水色）。一般階で乗車しない場合の基準階を除く任意の階での停止確率は、

$$\left\{1-\left(1-\frac{1}{N}\right)^{p}\right\}$$

であることは知られていますが、
一般階でも乗車する場合は、基準階で乗車する乗客と基準階以外で乗車する乗客を区別して扱います。
一般階でも乗車する場合の基準階で乗車した乗客（p人）による基準階を除く任意の階での停止確率は、

$$\left\{1-\left(1-\frac{1}{N}\right)^{p}\right\}$$

です。
一般階でも乗車する場合の基準階以外で乗車した乗客（r人）の基準階以外の任意の階での停止確率は、着目している乗客が着目している階で乗降しない確率は（１—２／N）であり、一人も乗降しない確率は$\left(1-\frac{2}{N}\right)^{r}$であり、
停止確率は少なくとも１人が乗降する確率であり、

{１—$\left(1-\frac{2}{N}\right)^{r}$}となります。

従って、一般階でも乗車する場合の基準階以外の任意の階で1人も乗降しない確率は、

$\left(1-\frac{1}{N}\right)^{p}\left(1-\frac{2}{N}\right)^{r}$であり、予想停止数は、

N{1－$\left(1-\frac{1}{N}\right)^{p}\left(1-\frac{2}{N}\right)^{r}$}となります。

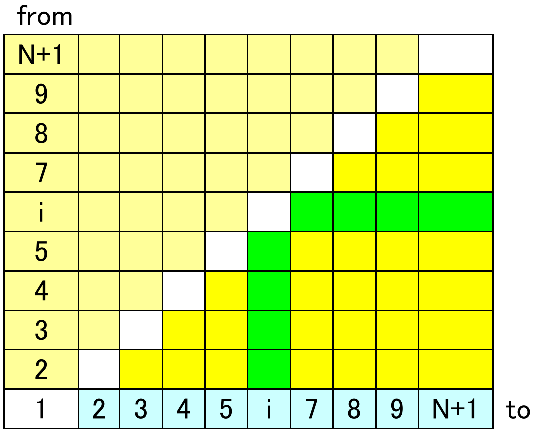

図1乗降階モデル

(2)反転階

乗客の出発階と行き先階がｉ階以下である確率は i(i−1)/N(N−1)であり、
反転階がｉ階である確率は、{i((i−1)/N(N−1)}^r−{(i−1)(i−2)/N(N−1)}^r です。従って、
反転階の期待値は、$\sum_{i=2}^{N} i\left\{\left(\frac{i(i-1)}{N(N-1)}\right)^{r}-\left(\frac{(i-1)(i-2)}{N(N-1)}\right)^{r}\right\}$となります。

４. 乗客の到着のポワソン到着への拡張

１台当たりの平均乗客到着率λの時、時間ｔ内に到着する乗客数がｎ人である確率は、

$\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t}$ です。

従って、平均乗車人数λ ｔ＝ｒ人の時に乗車人数がｎ人である確率は、

$\frac{r^n}{n!}e^{-r}$ です。

１階で乗車した乗客ｎ人が一人も着目している階で降車しない確率は、

$\left(\frac{N-1}{N}\right)^n$ であり、乗客がｎ人である確率は、$\frac{r^n}{n!}e^{-r}$ です。

従って、１階で乗車した乗客が降車しない確率は、

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\left(r\left(1-\frac{1}{N}\right)\right)^n\right)}{n!}e^{-r}=e^{r-r/N}e^{-r}=e^{-r/N}$$

となります。また、１階以外で乗車した乗客が乗降しない確率は、

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(r\left(1-\frac{2}{N}\right)^n\right)}{n!}e^{-r}=e^{r-2r/N}e^{-r}=e^{-2r/N}$$

となります。基準階で乗降する乗客の割合をαとすると、
基準階で乗車する乗客数はαｒであり、
基準階以外で乗車する乗客数は（１－α）ｒです。
従って着目している階で停止しない確率は、
$e^{-\alpha r/N}e^{-2(1-\alpha)r/N}=e^{(\alpha-2)r/N}$

となります。従って、予想停止数は、

Ｓ（ｒ）＝Ｎ｛１－$e^{(\alpha-2)r/N}$｝

となります。

５．ＲＴＴの数値解法

１台当たりの平均乗客到着率をλ、予想停止数をＳ（ｒ)、
平均一周時間をＲＴＴ（ｒ）とすると、

ＲＴＴ（ｒ）＝ｒ／λ　－（1）

ＲＴＴ（ｒ）＝ｔｓ*Ｓ（ｒ）＋r*tio －（２）

の連立方程式が成立します。
ここで、ts は１回の停止当たりの平均走行時間＋戸開閉時間であり、
tio は乗客１人当たりの乗降時間です。

横軸をｒ、縦軸をＲＴＴ（ｒ）とすると、

（1）　式は傾きＩ／λの直線であり、
（２）　式はｒの増加に対して飽和する曲線であり、
その交点が平均到着率λの時のＲＴＴの解です。

（1）　式のＲＴＴをＲＴＴ１,（２）式のＲＴＴをＲＴＴ２とすると、
ｒが解よりも小さい時、ＲＴＴ１＜ＲＴＴ２となり、
ｒが解よりも大きい時、ＲＴＴ１＞ＲＴＴ２となります。
従って、ＲＴＴ１とＲＴＴ２の大小にあわせてｒを調整すれば（ｒ＝ＲＴＴ２／λ)、
短時間で解に到達できます。
得られたｒの解の定員に対する割合が乗車率です。

６．平均一周時間（ＲＴＴ）

呼び割り当て方式の場合、各かごは、群全体に到着する乗客の１／台数が割り当てられ、割り当てられた乗客を乗せて一周する平均時間がＲＴＴとなります。

（1）　出勤時においては､反転階まで上昇運転し､反転階からは基準階に直行します。
（２）　平常時・混雑時・昼食時ピークにおいては、基準階から反転階までのＲＴＴ／２の上昇運転と反転階から基準階までのＲＴＴ／２の下降運転をします。

７．平均待ち時間

平均運転間隔　ＡＩ＝ＲＴＴ／台数　であり、
運転間隔の確率分布をアーラン分布で表した場合の次数をｋとし、積み残しが発生して乗客が平均ｎ台目のかごに乗車するとすれば、

平均待ち時間ＡＷＴは、
ＡＷＴ＝（ＡＩ／２)（１＋１／ｋ）＋（ｎ－１）ＡＩ　となります。

ここで、群乗合の場合は運転間隔は無制御であり、ｋ＝１ですが、待ち客全員が先着かごに乗車するので、積み残しが無ければｎ＝１となります。群管理制御される場合は、もしも理想的に等間隔制御が実現するとｋ＝∞になりますが、そのために、乗車する待ち客を選別することになって、積み残し（待ち客の一部が１台目のかごに乗車できないこと）が

発生するような制御方式の場合は、ｎ＞１となります。従って、ｋとｎは群管理制御方式によって異なります。

８．積み残しがある場合の平均待ち時間の計算法

積み残しがある場合の平均待ち時間の計算法については、以下をご参照下さい。
http://lab.ele-life.com/pdf/leftbehind.pdf