

平均待ち時間が計算できる交通計算法

株式会社 エレベータ研究所

1. はじめに

従来の交通計算のモデルは、出発階で定員の80%が乗車し、N階床のサービス階で乗客を降車させながら反転階まで上昇運転し、反転階から出発階に直行して戻るという一周運転モデルを用いて平均一周時間を計算し、平均運転間隔と5分間輸送能力を求めていた。これに対して、平常時・混雑時などの2方向交通の場合も含めて平均待ち時間を計算できるようにするために、交通計算法を次のように拡張した。

- (1) 乗客は一定人数到着ではなく、ポワソン到着するものとした。
- (2) 乗客は出発階以外からも乗車するものとした。
- (3) 乗客数と平均一周時間の中に成り立つ連立方程式を数値計算で解くことにより平均一周時間を求めるものとした。

2. 従来の交通計算法

(1) 予想停止数

乗客数を p (=定員の80%)とする。

各乗客の全てのサービス階での降車確率は等しく $\frac{1}{N}$ であり、降車しない確率は

$$1 - \frac{1}{N} = \frac{N-1}{N} \text{ である。}$$

従って、着目している階で誰も降車しない確率は、 $\left(\frac{N-1}{N}\right)^p$ であり、

着目している階で停止する確率=乗客の誰かが降車する確率は、 $1 - \left(\frac{N-1}{N}\right)^p$ となる。

従って予想停止数=停止回数の期待値は、 $N \left\{ 1 - \left(\frac{N-1}{N}\right)^p \right\}$ となる。

3. 途中階で乗車がある場合への拡張

(1) 予想停止数

基準階(1階)を除くサービス階床数を N とし、乗客の出発階を縦軸に乗客の行き先階を横軸にとると、乗客の出発階と行き先階の組み合わせは図1の乗降階モデルの升目の1つになる。

図1で濃い黄色は up の乗客に対応し、薄い黄色は dn の乗客に対応する。方向の同じ乗客だけが乗り合いするが、乗客数が r 人の時、着目する乗客が i 階で乗降する確率を考える。乗客の乗降階の組み合わせの数は、 $N(N-1)/2$ であるが、 i 階で乗降する組み合わせの数は黄緑色で示した $N-1$ 個になる。従って、一般階でも乗車する場合に任意の i 階で着目する乗客が乗降する確率は、

$$(N-1)/N(N-1)/2 = 2/N \text{ となる。}$$

一方、基準階のみで乗車する場合に着目する乗客が i 階で降車する確率は $1/N$ となる(薄い水色)。一般階で乗車しない場合の任意の階での停止確率は、

$$\left\{ 1 - \left(1 - \frac{1}{N} \right)^r \right\}$$

であることは知られているが、

一般階でも乗車する場合の任意の階での停止確率は、乗降しない確率は $(1 - 2/N)$

であり、一人も乗降しない確率は $\left(1 - \frac{2}{N} \right)^r$ であり、

停止確率は少なくとも1人が乗降する確率であり、

$$\left\{ 1 - \left(1 - \frac{2}{N} \right)^r \right\} \text{ である。}$$

従って、一般階でも乗車する場合の予想停止数は

$$N \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2}{N} \right)^r \right\} \text{ となる。}$$

from

N+1										
9										
8										
7										
i										
5										
4										
3										
2										
1	2	3	4	5	i	7	8	9	N+1	to

図1乗降階モデル

(2)反転階

乗客の出発階と行き先階が*i*階以下である確率は $i(i-1)/N(N-1)$ であり、
 反転階が*i*階である確率は、 $\{i(i-1)/N(N-1)\}^r - \{(i-1)(i-2)/N(N-1)\}^r$ である。従って、

反転階の期待値は、 $\sum_{i=2}^N i \left\{ \left(\frac{i(i-1)}{N(N-1)} \right)^r - \left(\frac{(i-1)(i-2)}{N(N-1)} \right)^r \right\}$ となる。

4. 乗客の到着のポワソン到着への拡張

1 台当たりの平均乗客到着率 λ の時、時間 t 内に到着する乗客数が n 人である確率は、

$$\frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \text{ である。}$$

従って、平均乗車人数 $\lambda t = r$ 人の時に乗車人数が n 人である確率は、

$$\frac{r^n}{n!} e^{-r} \text{ である。}$$

1 階で乗車した乗客 n 人が一人も着目している階で降車しない確率は、

$$\left(\frac{N-1}{N}\right)^n \text{ であり、乗客が } n \text{ 人である確率は、} \frac{r^n}{n!} e^{-r} \text{ である。}$$

従って、1 階で乗車した乗客が降車しない確率は、

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\left(r\left(1-\frac{1}{N}\right)\right)^n\right)}{n!} e^{-r} = e^{r-r/N} e^{-r} = e^{-r/N}$$

となる。また、1 階以外で乗車した乗客が乗降しない確率は、

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(r\left(1-\frac{2}{N}\right)\right)^n}{n!} e^{-r} = e^{r-2r/N} e^{-r} = e^{-2r/N}$$

となる。基準階で乗降する乗客の割合を α とすると、
基準階で乗車する乗客数は αr であり、
基準階以外で乗車する乗客数は $(1-\alpha)r$ である。
従って着目している階で停止しない確率は、

$$e^{-\alpha r/N} e^{-2(1-\alpha)r/N} = e^{(\alpha-2)r/N}$$

となる。従って、予想停止数は、

$$S(r) = N \{1 - e^{(\alpha-2)r/N}\}$$

となる。

5. R T T の数値解法

1 台当たりの平均乗客到着率を λ 、予想停止数を $S(r)$ 、平均一周時間を $R T T(r)$ とすると、

$$R T T(r) = r / \lambda \quad - (1)$$

$$R T T(r) = t_s * S(r) + r * t_{io} \quad - (2)$$

の連立方程式が成立する。

ここで、 t_s は 1 回の停止当たりの平均走行時間 + 戸開閉時間であり、 t_{io} は乗客 1 人当たりの乗降時間である。

横軸を r 、縦軸を $R T T(r)$ とすると、

- (1) 式は傾き $1/\lambda$ の直線であり、
- (2) 式は r の増加に対して飽和する曲線であり、その交点が平均到着率 λ の時の $R T T$ の解である。

(1) 式の $R T T$ を $R T T_1$ 、(2) 式の $R T T$ を $R T T_2$ とすると、 r が解よりも小さい時、 $R T T_1 < R T T_2$ となり、 r が解よりも大きい時、 $R T T_1 > R T T_2$ となる。従って、 $R T T_1$ と $R T T_2$ の大小にあわせて r を調整すれば ($r = R T T_2 / \lambda$)、短時間で解に到達できる。

6. 平均一周時間 (R T T)

呼び割り当て方式の場合、各かごは、群全体に到着する乗客の $1/\text{台数}$ が割り当てられ、割り当てられた乗客を乗せて一周する平均時間が $R T T$ となる。

- (1) 出勤時においては、反転階まで上昇運転し、反転階からは基準階に直行する。
- (2) 平常時・混雑時においては、基準階から反転階までの $R T T / 2$ の上昇運転と反転階から基準階までの $R T T / 2$ の下降運転をする。

7. 平均待ち時間

乗客は割り当てられたかごに乘車するが、割り当て変更が許されている場合は、最初に到着するかごに乘車するから、運転間隔が等間隔な場合には、

平均運転間隔 $A I = R T T / \text{台数}$ であり、

平均待ち時間 $A W T = A I / 2$ となるが、

通常は、運転間隔は等間隔にはならず、最初に到着するかごに乘車するとも限らないので、

平均待ち時間 $A W T = A I (1 + b x) / 2$ となる。

$b x$ は群管理制御装置の間隔制御の性能に依存するが、良く制御されている場合で、

4台群管理：0.33～0.66

6台群管理：0.64～0.89

8台群管理：1.0～1.23

程度になり、群の台数が多くなるに従い間隔制御が困難になることを示している。